

## Logikai törvények:

---

### Asszociativitás:

$$1.) A \wedge (B \wedge C) \sim (A \wedge B) \wedge C,$$

$$2.) A \vee (B \vee C) \sim (A \vee B) \vee C.$$

### Kommutativitás:

$$3.) (A \wedge B) \sim (B \wedge A),$$

$$4.) (A \vee B) \sim (B \vee A).$$

### Disztributivitás:

$$5.) A \wedge (B \vee C) \sim (A \wedge B) \vee (A \wedge C),$$

$$6.) A \vee (B \wedge C) \sim (A \vee B) \wedge (A \vee C).$$

### Idempotencia:

$$7.) A \wedge A \sim A,$$

$$8.) A \vee A \sim A.$$

### Elimináció:

$$9.) A \wedge (A \vee B) \sim A,$$

$$10.) A \vee (A \wedge B) \sim A.$$

### De Morgan törvények:

$$11.) \neg(A \vee B) \sim \neg A \wedge \neg B,$$

$$12.) \neg(A \wedge B) \sim \neg A \vee \neg B.$$

### Az implikáció tagadása:

$$13.) \neg(A \supset B) \sim A \wedge \neg B.$$

### Ellentmondás az implikációban:

$$14.) A \supset \neg A \sim \neg A,$$

$$15.) \neg A \supset A \sim A,$$

$$16.) \models \neg(A \equiv \neg A).$$

### Logikai jelek közötti összefüggések:

$$17.) A \wedge B \sim \neg(\neg A \vee \neg B),$$



$$18.) A \vee B \sim \neg(\neg A \wedge \neg B),$$

$$19.) A \supset B \sim \neg(A \wedge \neg B),$$

$$20.) A \supset B \sim B \vee \neg A,$$

$$21.) A \wedge B \sim \neg(A \supset \neg B),$$

$$22.) A \vee B \sim \neg A \supset B.$$

Kontrapozíció törvénye:

$$23.) A \supset B \sim \neg B \supset \neg A.$$

Kétszeres tagadás törvénye:

$$24.) \neg\neg A \sim A.$$

Előtagok felcserélése implikációban:

$$25.) A \supset (B \supset C) \sim B \supset (A \supset C).$$

Implikáció konjunktív előtaggal:

$$26.) (A \wedge B) \supset C \sim A \supset (B \supset C).$$

Jelölés:

Legyen  $C$  egy tetszőleges kijelentés változó.

$> := (C \vee \neg C)$  „szabvány igaz”,

$\perp := (C \wedge \neg C)$  „szabvány hamis”.

Kiszámítási törvények:

$$27.) A \vee > \sim >,$$

$$28.) A \vee \perp \sim A,$$

$$29.) A \wedge > \sim A,$$

$$30.) A \wedge \perp \sim \perp,$$

$$31.) A \supset > \sim >,$$

$$32.) A \supset \perp \sim \neg A,$$

$$33.) > \supset A \sim A, 34.) \perp \supset A \sim >.$$

Azonosság törvénye:

$$35.) \models A \supset A.$$

Bővítés előtaggal:

$$36.) \models A \supset (B \supset A).$$



Az implikáció öndisztributivitása:

$$37.) A \supset (B \supset C) \sim (A \supset B) \supset (A \supset C).$$

Esetelemzés (implikáció diszjunktív előtaggal):

$$38.) (A \vee B) \supset C \sim (A \supset C) \wedge (B \supset C).$$

Tranzitivitás:

$$39.) \models ((A \supset B) \wedge (B \supset C)) \supset (A \supset C).$$

Reduktio ad absurdum:

$$40.) \models ((A \supset B) \wedge (A \supset \neg B)) \supset \neg A.$$

Negáció az implikációs előtagban:

$$41.) \models A \supset (\neg A \supset B).$$

A kizárt harmadik törvénye:

$$42.) \models A \vee \neg A.$$

Az ellentmondás törvénye:

$$43.) \models \neg(A \wedge \neg A).$$

Pierce-törvény:

$$44.) \models ((A \supset B) \supset A) \supset A.$$

Fiktív kvantorok törvénye (x nem paraméter az A-ban):

$$45.) \forall x A \sim A,$$

$$46.) \exists x A \sim A.$$

Egynemű kvantorok cseréje:

$$47.) \forall x \forall y A(x, y) \sim \forall y \forall x A(x, y),$$

$$48.) \exists x \exists y A(x, y) \sim \exists y \exists x A(x, y).$$

Kvantor-csere implikációban:

$$49.) \models \forall x A(x) \supset \exists x A(x),$$

$$50.) \models \exists y \forall x A(x, y) \supset \forall x \exists y A(x, y).$$

De Morgan-féle kvantoros törvények:

$$51.) \neg \forall x A(x) \sim \exists x \neg A(x),$$

$$52.) \neg \exists x A(x) \sim \forall x \neg A(x).$$



Kvantor kifejezése másik kvantorral:

$$53.) \forall x A(x) \sim \neg \exists x \neg A(x),$$

$$54.) \exists x A(x) \sim \neg \forall x \neg A(x).$$

Kvantorok egyoldali kiemelése (itt  $x$  nem szabad változó  $A$ -ban):

$$55.) (A \wedge \forall x B(x)) \sim \forall x (A \wedge B(x)),$$

$$56.) (A \vee \forall x B(x)) \sim \forall x (A \vee B(x)),$$

$$57.) (A \wedge \exists x B(x)) \sim \exists x (A \wedge B(x)),$$

$$58.) (A \vee \exists x B(x)) \sim \exists x (A \vee B(x)),$$

$$59.) (A \supset \forall x B(x)) \sim \forall x (A \supset B(x)),$$

$$60.) (A \supset \exists x B(x)) \sim \exists x (A \supset B(x)),$$

$$61.) (\forall x B(x) \supset A) \sim \exists x (B(x) \supset A),$$

$$62.) (\exists x B(x) \supset A) \sim \forall x (B(x) \supset A).$$

Kvantorok kétoldali kiemelése:

$$63.) (\forall x A(x) \wedge \forall x B(x)) \sim \forall x (A(x) \wedge B(x)),$$

$$64.) (\exists x A(x) \vee \exists x B(x)) \sim \exists x (A(x) \vee B(x)),$$

$$65.) \models (\forall x A(x) \vee \forall x B(x)) \supset \forall x (A(x) \vee B(x)),$$

$$66.) \models \exists x (A(x) \wedge B(x)) \supset (\exists x A(x) \wedge \exists x B(x)).$$