

1. példafeladat

$$P1. \forall x(O(x) \Rightarrow T(x))$$

Mindenki, aki tud olvasni az írástudó.

$$P2. \forall x(D(x) \Rightarrow \neg T(x))$$

A delfinek nem írástudók.

$$P3. \exists x(D(x) \wedge I(x))$$

Vannak intelligens delfinek.

$$K. \exists x(I(x) \wedge \neg O(x))$$

Vannak olyan intelligens lények, akik nem tudnak olvasni.

Szekvent:

$$\forall x(O(x) \Rightarrow T(x)), \forall x(D(x) \Rightarrow \neg T(x)), \exists x(D(x) \wedge I(x)) \vdash \exists x(I(x) \wedge \neg O(x))$$

$$@x(O[x] \Rightarrow T[x]), @x(D[x] \Rightarrow \neg T[x]), \exists x(D[x] \& \& I[x]) \mid \neg \exists x(I[x] \& \& \neg O[x])$$

2. példafeladat

$$P1. \forall x((B(x,2) \wedge P(x)) \Rightarrow L(x))$$

Minden 2-nél nagyobb prímszám páratlan.

$$P2. \forall y(L(y) \Rightarrow N(y))$$

Páratlan szám négyzete páratlan.

$$P3. P(7)$$

A 7 prímszám.

$$P4. B(7,2)$$

A 7 nagyobb mint a 2.

$$K. N(7)$$

7 négyzete páratlan.

Szekvent:

$$\forall x((B(x,2) \wedge P(x)) \Rightarrow L(x)), \forall y(L(y) \Rightarrow N(y)), P(7), B(7,2) \vdash N(7)$$

$$@x((B[x,2] \& \& P[x]) \Rightarrow L[x]), @y(L[y] \Rightarrow N[y]), P[7], B[7,2] \mid \neg N[7]$$

3. példafeladat

P1. $T(b,g)$

Betti Gabival együtt tanul.

P2. $L(g,e)$

Gabi Egerben lakik.

P3. $\forall x \forall y \forall z ((T(x,y) \wedge L(y,z)) \Rightarrow L(x,z))$

Ha valaki együtt tanul valaki mással egy adott helyen, akkor ő is az adott helyen van.

P4. $\forall u \forall v (L(u,v) \Rightarrow E(u,v))$

Ha valaki egy adott helyen van, akkor elérhető az adott hely telefonján keresztül.

K. $\exists w E(b,w)$

Betti valamilyen telefonszámon elérhető.

Szekvent:

$T(b,g), L(g,e), \forall x \forall y \forall z ((T(x,y) \wedge L(y,z)) \Rightarrow L(x,z)), \forall u \forall v (L(u,v) \Rightarrow E(u,v)) \vdash \exists w E(b,w)$

$T[b,g], L[g,e], @x @y @z ((T[x,y] \wedge L[y,z]) \Rightarrow L[x,z]), @u @v (L[u,v] \Rightarrow E[u,v]) \vdash \exists w E[b,w]$

4. példafeladat

P1. $\forall x ((T(x) \wedge S(x)) \Rightarrow (A(x) \vee \neg A(x)))$

Mindenki, aki tanul, de szerencsétlen, az vagy átmegy a C++ vizsgán vagy sem.

P2. $\forall x ((T(x) \wedge \neg S(x)) \Rightarrow A(x))$

Mindenki, aki tanul és szerencsés, az biztosan átmegy a C++ vizsgán.

P3. $T(g)$

Gábor tanult.

P4. $S(g)$

Gábor szerencsétlen.

K. $A(g)$

Gábor átmegy a C++ vizsgán?

Szekvent:

$\forall x ((T(x) \wedge S(x)) \Rightarrow (A(x) \vee \neg A(x)), \forall x ((T(x) \wedge \neg S(x)) \Rightarrow A(x)), T(g), S(g) \vdash A(g)$

$@x ((T[x] \wedge S[x]) \Rightarrow (A[x] \vee !A[x]), @x ((T[x] \wedge !S[x]) \Rightarrow A[x]), T[g], S[g] \vdash A[g]$

5. példafeladat

$$P1. \forall x(Gy(x) \Rightarrow \exists y(T(x,y) \wedge (B(y))));$$

Minden gyerek találkozik (néhány) boszorkánnyal.

$$P2. \neg \exists y((B(x) \wedge F(x)) \wedge Cs(x));$$

Nincs olyan boszorkány, akinek fekete macskája van és csúcsos süveget visel.

$$P3. \forall x(B(x) \Rightarrow (J(x) \vee R(x))) \text{ vagy } \forall x(B(x) \Rightarrow \neg(J(x) \Leftrightarrow R(x)));$$

Minden boszorkány jó vagy rossz.

$$P4. \forall x((Gy(x) \wedge \exists y((T(x,y) \wedge B(y) \wedge J(y))) \Rightarrow K(x));$$

Minden gyerek, aki jó boszorkánnyal találkozik cukorkát kap.

$$P5. \forall x((B(x) \wedge R(x)) \Rightarrow F(x));$$

Minden rossz boszorkánynak fekete macskája van.

$$K. \forall y(((B(y) \wedge \exists x(Gy(x) \wedge T(x,y))) \Rightarrow Cs(y)) \Rightarrow \forall x(Gy(x) \Rightarrow K(x)))$$

Ha minden boszorkány, akivel valamelyik gyerek találkozik csúcsos süveget visel, akkor minden gyerek cukorkát kap.

Szekvent:

$$\forall x(Gy(x) \Rightarrow \exists y(T(x,y) \wedge (B(y))), \neg \exists y((B(x) \wedge F(x)) \wedge Cs(x)), \forall x(B(x) \Rightarrow (J(x) \vee R(x))), \forall x((Gy(x) \wedge \exists y((T(x,y) \wedge B(y) \wedge J(y))) \Rightarrow K(x)), \forall x((B(x) \wedge R(x)) \Rightarrow F(x)) \vdash \forall y(((B(y) \wedge \exists x(Gy(x) \wedge T(x,y))) \Rightarrow Cs(y)) \Rightarrow \forall x(Gy(x) \Rightarrow K(x)))$$

$$@x(Gy[x] \Rightarrow \exists y(T[x,y] \&\& B[y]), !\exists x((B[x] \&\& F[x]) \&\& Cs[x]), @x(B[x] \Rightarrow (J[x] \mid R[x])), @x((Gy[x] \&\& \exists y((T[x,y] \&\& B[y]) \&\& J[y])) \Rightarrow K[x]), @x((B[x] \&\& R[x]) \Rightarrow F[x]) \vdash @y(((B[y] \&\& \exists x(Gy[x] \&\& T[x,y])) \Rightarrow Cs[y]) \Rightarrow @x(Gy[x] \Rightarrow K[x]))$$

6. példafeladat

A majom és banán problémája

Egy majom ketrecében a mennyezetről egy banánt lógnak le. Kézze elérni lehetetlen, viszont egy faládát be is tesznek. Eléri-e a majom a banánt ?

Mit tudunk a majom képességeiről ? Használjuk a következő predikátumokat:

Elérheti(x, y) - 'x' az 'y'-t

Ügyes(x)

Közelvan(x, y) - 'x' az 'y'-hez

Rálép(x, y) - 'x' az 'y'-ra

Alatta van(x, y) - 'x' az 'y' alatt van

Magas(x)

Szobában van(x)

Oda-teheti(x, y, z) - ha 'y' a 'z' közelében van

Felmászhat(x, y) - 'x' az 'y'-ra

b-banán, f-faláda, j-majom, a-padló (a-m konstans)

Akkor a teljes történet elsőrendű logikában lehetne pl.:

1. Szobában van(Banán)
2. Szobában van(Faláda)
3. Szobában van(Majom)
4. Ügyes(Majom)
5. Magas(Faláda)
6. Oda-teheti(Majom, Faláda, Banán)
7. Felmászhat(Majom, Faláda)
8. \neg Közelvan(Banán, Padló)
9. $\forall x \forall y$ Felmászhat(x, y) \rightarrow Rálép(x, y)
10. $\forall x \forall y$ Ügyes(x) \wedge Közelvan(x, y) \rightarrow Elérheti(x, y)
11. $\forall x \forall y$ Rálép(x, y) \wedge Alatta van(y , Banán) \wedge Magas(y) \rightarrow Közelvan(x , Banán)
12. $\forall x \forall y \forall z$ Szobábanvan(x) \wedge Szobábanvan(y) \wedge Szobábanvan(z) \wedge Oda-teheti(x, y, z) \rightarrow Közelvan(z , Padló) \wedge Alattavan(y, z)
13. Elérheti(Majom, Banán)?

$Sz[b], Sz[f], Sz[j], U[j], M[f], O[j, f, b], F[j, f] ! K[b, a], @x@y(F[x, y] \Rightarrow R[x, y]), @x@y((U[x] \& \& K[x, y]) \Rightarrow E[x, y]), @x@y(((R[x, y] \& \& A[y, b]) \& \& M[y]) \Rightarrow K[x, b]), @x@y@z((((Sz[x] \& \& Sz[y]) \& \& Sz[z]) \& \& O[x, y, z]) \Rightarrow K[z, a]) \& \& A[y, z]) | \neg E[j, b]$